

CÀLCUL DE PRIMITIVES

PROPIETATS

$$\int f(x) + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$$

REGLES D'INTEGRACIÓ

$$\int 1 dx = x + k$$

$$\int f(x)^n \cdot f'(x) dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + k \text{ (si } n \neq -1)$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + k$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln f(x)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + k$$

$$\int e^x dx = e^x + k$$

$$\int e^{f(x)} \cdot f'(x) dx = e^{f(x)} + k$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + k$$

$$\int a^{f(x)} \cdot f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + k$$

$$\int \ln x dx = x \cdot \ln x - x + k$$

$$\int \ln f(x) \cdot f'(x) dx = x \cdot \ln f(x) - f(x) + k$$

$$\int \log_a x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + k$$

$$\int \log_a f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{x \ln f(x) - f(x)}{\ln a} + k$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + k$$

$$\int \sin f(x) \cdot f'(x) dx = -\cos f(x) + k$$

$$\int \cos x dx = \sin x + k$$

$$\int \cos f(x) \cdot f'(x) dx = \sin f(x) + k$$

$$\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + k$$

$$\int \tan f(x) \cdot f'(x) dx = -\ln(\cos f(x)) + k$$

$$\int (1 + \tan^2 x) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + k$$

$$\int (1 + \tan^2 f(x)) dx = \int \frac{1}{\cos^2 f(x)} dx = \tan f(x)$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + k$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} dx = \arctan f(x) + k$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + k$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \arcsin f(x) + k$$

$$\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arccos x + k$$

$$\int -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f(x)^2}} dx = \arccos f(x) + k$$

INTEGRACIÓ PER PARTS

Dividir la integral en dos parts i integrar per separat

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

Consells d'integració per parts

Integral	u	dv
$\int x^n e^x dx$	x^n	$e^x dx$
$\int x^n \cdot \sin x dx$	x^n	$\sin x dx$
$\int x^n \cdot \cos x dx$	x^n	$\cos x dx$
$\int x^n \cdot \ln x dx$	$\ln x$	$x^n dx$
$\int \arctan x dx$	$\arctan x$	dx
$\int \arcsin x dx \mid \int \arccos x dx$	$\arcsin x \mid \arccos x$	dx
$\int \ln x dx$	$\ln x$	dx

INTEGRALS AMB DENOMINADORS

- EL NUMERADOR ÉS DE GRAU IGUAL O MAJOR QUE EL DENOMINADOR

Considerant que $\frac{D \mid d}{R \quad Q}$

$$\int \frac{D}{d} = \int Q + \int \frac{R}{d}$$

- EL DENOMINADOR TÉ ARRELS SENZILLES I ARRELS MÚLTIPLES

S'ha de factoritzar el denominador i descomposar-lo en fraccions simples. Exemples

$$\int \frac{x-2}{x^2+x} dx \rightarrow \frac{x-2}{x^2+x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1} \rightarrow x-2 = A(x+1) + Bx \rightarrow \text{Trobar A i B i resoldre la int.}$$

$$\int \frac{3x^2 - 5x + 1}{(x-2)^3} dx \rightarrow \frac{3x^2 - 5x + 1}{(x-2)^3} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3} \rightarrow \text{Trobar A, B i C i resoldre}$$

$$\int \frac{-x^4 - 5x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^5 + x^4 - x^3 - x^2} dx \rightarrow \frac{-x^4 - 5x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^5 + x^4 - x^3 - x^2} = \frac{-x^4 - 5x^3 - x^2 - 3x - 2}{x^2(x-1)(x+1)^2} =$$

$$= \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1} + \frac{D}{x+1} + \frac{E}{(x+1)^2} \rightarrow \text{Trobar A, B, C, D i E i resoldre la integral.}$$

- EL DENOMINADOR NO TÉ ARRELS REALS

Llavors hem de convertir la funció en una funció arc tangent, arc sinus o arc cosinus per poder integrar-la.