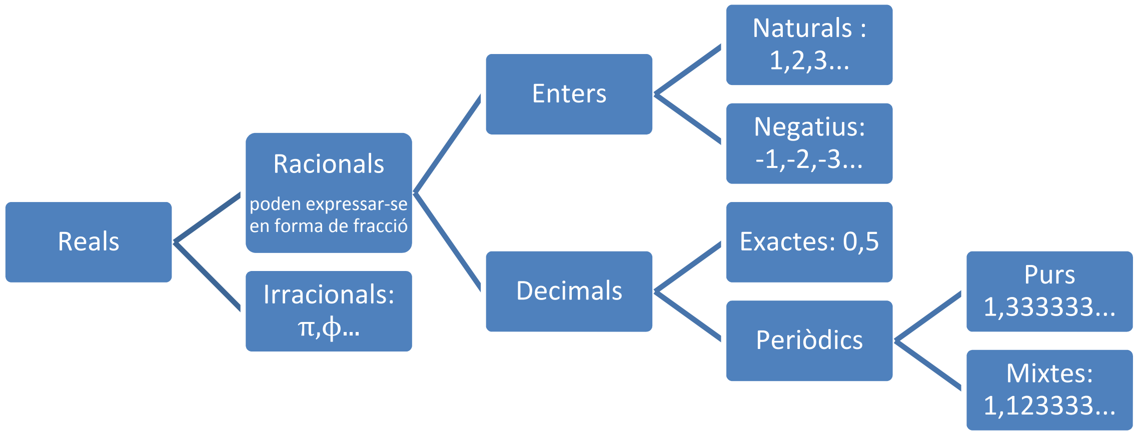
MATEMÀTIQUES

Unitat 1: Nombres reals



$\mathbb{R} \rightarrow Reals$; $\mathbb{Q} \rightarrow Racionals$; $\mathbb{I} \rightarrow Irracionals$; $\mathbb{Z} \rightarrow Enters$; $\mathbb{N} \rightarrow Naturals$

SIMBOLOGIA

$\cup = Unió \rightarrow \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

$\subset = Està\ contingut\ en \rightarrow \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

$\supset = Conté \rightarrow \mathbb{Q} \supset \mathbb{Z}$

$\in = Pertany \rightarrow 2 \in \mathbb{N}$

$\cap = Intesecció \rightarrow \mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$

INTÈRVALS I SEMIRECTES

Interval Obert → (a, b) = {x/a<x<b}

Interval Tancat →[a,b] = {x/a≤x≤b}

Interval Semiobert → [a,b) = {x/a≤x<b)

PROPIETATS DE LES POTÈNCIES

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$a^0 = 1$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

PROPIETATS DE LES ARRELS

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[n]{a} = b \rightarrow b^n = a$

$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

IGUALTATS NOTABLES

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

RACIONALITZACIÓ

Multiplicant per un radical que ens permet llevar l'arrel

$$Exemple \rightarrow \frac{5}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5} = \sqrt[3]{25}$$

Multiplicant pel conjugat (en cas de tenir operacions amb radicals al denominador)

$$Exemple \rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}-1} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}+1}{\left(\sqrt{2}-1\right) \cdot \left(\sqrt{2}+1\right)} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}+1}{\sqrt{2^2}-\sqrt{1^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}+1}{2-1} = 2\sqrt{2}+2$$

LOGARITMES — PROPIETATS DELS LOGARITMES

$\log_a P = x \rightarrow a^x = P$

$\log_a a^n = n$

$\ln e^n = n$

$\log_a 1 = 0 \;;\; \ln 1 = 0$

$\log_a a = 1 \rightarrow a^1 = a$

$\log_a (P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q$

$\log_a \left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a P - \log_a Q$

$\log_a P^n = n \cdot \log_a P$

$\log_a \sqrt[n]{P} = \frac{1}{n} \log_a P = \frac{\log_a P}{n}$

$\log_a P = \frac{\log P}{\log a}$

DEMOSTRACIÓ DE DOS PROPIETATS DELS LOGARITMES

$$\mathbf{\log_a(P \cdot Q) = \log_a P + \log_a Q}$$

$\log_a P = x \to a^x = P$

$\log_a Q = y \to a^y = Q$

$P \cdot Q = a^x \cdot a^y = a^{x+y} \to \log_a(P \cdot Q) = \log_a a^{x+y} = x + y = \log_a P + \log_a Q$

$$\mathbf{\log_a\left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a P - \log_a Q}$$

$\log_a P = x \to a^x = P$

$\log_a Q = y \to a^y = Q$

$\frac{P}{Q} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \to \log_a\left(\frac{P}{Q}\right) = \log_a a^{x-y} = x - y = \log_a P - \log_a Q$

RESSOLUCIÓ D'EQUACIONS LOGARÍTMIQUES

$$a^x = b \to \log a^x = \log b \to x \cdot \log a = \log b \to x = \frac{\log a}{\log b}$$

NOTACIÓ CIENTÍFICA; OPERACIONS

$Multiplicació \to (2 \cdot 10^3) \cdot (5 \cdot 10^{-5}) = (2 \cdot 5) \cdot 10^{3-5} = 10 \cdot 10^{-2} = 10^{-1}$

$Divisió \to \frac{4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} = \frac{4}{2} \cdot 10^{-4+6} = 2 \cdot 10^2$

Suma i Resta: Han de ser sempre les mateixes potències de base 10

$2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10^2 = 302 \cdot 10^2 = 3{,}02 \cdot 10^4$

$2 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^2 - 300 \cdot 10^2 = -298 \cdot 10^2 = 2{,}98 \cdot 10^4$